



## حذف نویز تصاویر پزشکی با استفاده از یک فیلتر ترکیبی هوشمند فازی و گشتاورهای کسری

### کیمیا تقی پور سروستانی

دانشجوی کارشناسی مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فسا، فسا، ایران

htaghipoor480@gmail.com

ارسال: مرداد ماه ۱۴۰۲ پذیرش: مهر ماه ۱۴۰۲

### چکیده

تصاویر پزشکی اهمیت ویژه ای در تشخیص پزشکی دارند. در این مقاله یک روش ترکیبی هوشمند مبتنی بر یک سیستم فازی-عصبی برای حذف نویز از این گونه تصاویر ارائه می شود. چندین روش عمومی و مفید برای حذف نویز از تصاویر وجود دارند؛ به عنوان نمونه می توان از فیلتر میانگین، فیلتر میانه، فیلتر میانه وزن دار و فیلتر میانه تطبیقی نام برد. همچنین تصویر نویزدار به صورت یک سیگنال آماری در نظر گرفته می شود و با استفاده از گشتاورهای کسری نویز کاهش می یابد. روش گشتاورهای کسری، از یک طرف دارای سرعتی شبیه روش گشتاور است، و از طرف دیگر محدودیت های موجود در روش گشتاور که گاهی منجر به نتایج با دقت ضعیف می شود را برطرف می نماید. در رابطه با حذف نویز از تصاویر پزشکی به علت ویژگی خاص آنها نیاز به قابلیت های بیشتری برای حذف نویز است. با توجه به توانایی سیستم های فازی-عصبی در کد کردن دانش بشری و همچنین، به کارگیری دانش غیر قطعی، این پروژه سعی در بهره گیری از این قابلیت ها برای رفع هر چه بیشتر نویز تصاویر دارد. راهبرد به کار گرفته شده در این مقاله مبتنی بر به کار گرفتن چهار روش حذف نویز عمومی بالا به طور موازی روی تصویر داده شده و استفاده از سیستم فازی-عصبی است. اطلاعات به دست آمده از گشتاورهای کسری سیگنال دریافتی، معیاری برای تخمین پارامترهای نویز و سطوح خاکستری تصویر اصلی است. سیستم فازی-عصبی که به وسیله پیکسل های نویزی آموزش داده شده است بهترین مقدار جایگزین برای پیکسل نویزی در تصویر بهبود داده شده را با توجه به چهار مقدار تولید شده برای همان پیکسل توسط فیلترهای حذف نویز تعیین می کند. روش پیاده سازی و بر روی تصاویر با چگالی نویز بالا اجرا شد. نتایج شبیه سازی ها نشان می دهند که روش ارائه شده، از بیشتر روش های مطرح حذف نویز، چه از لحاظ تخمین در نسبت سیگنال به نویزهای پایین و چه از لحاظ کیفیت تصویر کارایی بالاتری دارد و در بازیابی ظرایف و جزئیات تصویر از مطرح ترین روش های موجود حذف نویز قوی تر است و سیستم را از حالت بلادرنگ خارج نمی کند.

واژگان کلیدی: پردازش تصاویر پزشکی، چگالی نویز، سیستم فازی-عصبی، فیلتر حذف نویز، گشتاورهای کسری.

### ۱- مقدمه

در سال های اخیر استفاده از تصاویر پزشکی در تشخیص بیماری ها به نحو چشمگیری گسترش یافته است. در اثر محدودیت های زمانی و امکانات تصویربرداری، این تصاویر به نویز آلوده می شوند. آثار مخرب نویز در تصویر به شکل های مختلفی نمایان می شود و روش های گوناگونی برای مقابله با نویز تصویر ارائه شده است [۱]. تعداد در خور توجهی از این روش ها بر مبنای فیلترهای آماری هستند. مشهورترین این فیلترها فیلتر استاندارد میانه است که با تغییر پیکسل مرکزی با میانه پیکسل های موجود در پنجره فیلتر سعی در حذف نویز از پیکسل مرکزی دارد [۲]. مزایای این روش ساده بودن، کم بودن محاسبات و داشتن کارایی

قابل قبول در حذف نویز است. یکی از معایب آن تار شدن جزئیات تصویر حتی در محیط های با نویز کم و جابجایی جزئیات تصویر در حد چند پیکسل است.

برای رفع مشکل فیلتر استاندارد میانه، دو گونه دیگر از آن با عنوان فیلتر میانه وزن دار<sup>۱</sup> [۲] و فیلتر میانه مرکز وزن دار<sup>۲</sup> [۳] ارائه شده اند. این فیلترها قابلیت حفظ لبه ها و جزئیات تصویر را تا حدی دارند. این فیلترها، اپراتورهای ثابت مکانی هستند که صرف نظر از رفتار فیلتر تمایزی بین پیکسل های نویز و بدون نویز تصویر ورودی قائل نیستند. علاوه بر فیلترهای مبتنی بر میانه، انواع مختلفی از فیلترهای میانگین و همچنین، فیلترهای غیرخطی مبتنی بر روش های محاسبات نرم برای حذف نویز ارائه شده اند [۴] - [۵]. مواردی از به کارگیری اولیه سیستم های فازی و فازی-عصبی در حذف نویز تصاویر دیجیتال در مقاله های علمی دیده می شود [۵]. به علت عدم قطعیت پیکسل های یک تصویر آلوده به نویز هیچ کدام از روش های یاد شده کارایی قابل قبولی در حذف نویز تصاویر پزشکی ندارند و ممکن است برخی از پیکسل های نویزی را بدون فیلتر کردن رها کنند و با فیلتر کردن برخی پیکسل های سالم موجب تحریف تصویر خروجی شوند [۶].

یکی دیگر از روش های حذف نویز در تصاویر، روش گشتاور می باشد. گشتاور یک مفهوم آماری است. پس باید تصویر دریافتی به عنوان یک سیگنال تصادفی در نظر گرفته شود و گشتاورهای آن را محاسبه نمود. در این روش برخلاف سایر روش های حذف نویز، برای نویز نیز رفتار آماری در نظر می گیرند، و نویز به عنوان یک سیگنال اصلی که با سیگنال تصویر جمع شده است دیده می شود. بنابراین، در واقع روش های آماری در این مقاله به صورت کامل استفاده شده است، و قابلیت های تحلیل آماری هم در حوزه تحلیل سیگنال اصلی، و هم در حوزه تحلیل سیگنال های مزاحم نویزی به نمایش گذاشته می شود. در اینجا، باید به دنبال محاسبه گشتاورهای سیگنال تصویر و سیگنال نویز بود و با استفاده از آن ها گشتاورهای کل سیگنال دریافتی محاسبه شود. این روش حتی در نویزهای شدید نیز منجر به حذف و یا حداقل کاهش نویز می شود.

باید توجه داشت که در سایر روش ها مانند تخمین های بیزین، اگر به رفتار آماری کامل نویز دسترسی داشته باشیم، باز هم می توان به نتایج مناسب رسید. اما دسترسی به کل تابع چگالی احتمال سیگنال دریافتی عملاً امری دور از انتظار، و تحلیل آن بسیار زمان بر خواهد بود و سیستم را از حالت آنلاین خارج می کند. اما، در روش گشتاور ما حداکثر با استفاده از گشتاورهایی از چند درجه محدود به تحلیل و حذف نویز می پردازیم. این روش اگرچه در ظاهر به دقت کمتری نسبت به سایر روش ها منجر می شود، اما سرعت عمل این روش بسیار بالاست. از نظر دقت نیز، اگر در روش های بیزین نتوان به تابع چگالی احتمال کاملاً صحیحی از سیگنال دریافتی رسید، حتما خطای زیادی رخ می دهد. بنابراین، روش گشتاور از نظر دقت نیز در سطح مطلوبی قرار دارد. در این مقاله رفتار آماری نویز را یک مدل گوسی در نظر می گیریم.

نویز با رفتار گوسی یکی از نویزهای مشهوری است که در نظر گرفته شده است. در بسیاری از موارد مدل کردن نویز با رفتار گوسی کاملاً منطقی است و نتایج تئوری در عمل قابل انجام می باشد. اما این روش به راحتی برای هر نوع مدل دیگر نویز نیز قابل تعمیم است. کافی است بتوان به گشتاورهای آن مدل خاص دست یافت. روش کلی در اینجا این است که مدل رفتار آماری سیگنال اصلی تصویر به همراه نویز را در نظر گرفته و به صورت تحلیلی گشتاورهای سیگنال دریافتی را محاسبه می کنیم که نتیجه حاصل حاوی پارامترهای مجهول است. از طرف دیگر گشتاورهای عددی مربوط به نمونه های سیگنال دریافتی را نیز به دست می آوریم. سپس، با برابر قرار دادن این نتایج تحلیلی و عددی پارامترهای مجهول را تخمین می زنیم. در روش گشتاور اگر پارامترهای مجهول زیاد باشند و یا محیط نویزی شدید و اعتماد به نتایج کمتر باشد، لازم است از تعداد بیشتری معادله، یعنی گشتاورهای درجه بالاتری استفاده کرد.<sup>۳</sup>

<sup>1</sup> Weighted Median Filter

<sup>2</sup> Center-Weighted Median

استفاده از گشتاورهای از درجه چهار به بالا ما را به دقت پایین تری می رساند. راه حل مناسب برای حل این مشکل استفاده از گشتاورهای کسری است. در دست داشتن گشتاورهای کسری سبب می شود که هر تعداد از معادله که نیاز داریم در دسترس باشد، در حالی که از گشتاورهای درجه بالاتر از چهار نیز استفاده نکرده ایم. این امر هم در بالاتر رفتن سرعت پردازش و هم در افزایش میزان دقت تخمین تاثیر زیادی دارد. در روش پیشنهادی این مقاله ضمن بهره گیری از مفاهیم به کار رفته در این روش ها برای حذف نویز تصاویر پزشکی با چگالی نویز بالا روش متمایزی ارائه می شود. در بخش دوم مقاله نوع نویز و فیلترهای استفاده شده در مرحله اول روش پیشنهادی معرفی می شوند. در بخش سوم سیستم فازی-عصبی برای بازیابی پیکسل نویزی معرفی می شود. در بخش چهارم گشتاورهای کسری و پیاده سازی روش پیشنهادی، در بخش پنجم نتایج پیاده سازی و یافته ها و در بخش ششم نتیجه گیری بیان می شود.

## ۲- انواع نویز و فیلترهای حذف آن ها

رایج ترین انواع نویز در تصاویر پزشکی، عبارت اند از نویز خال<sup>۱</sup> که به نویز ضرب شونده معروف است. این نویز بیشتر در تصاویر اولتراسوند مشاهده می شود. نویز سفید یا گوسی که در تصاویر تشدید مغناطیسی مشاهده می شود. منبع اصلی وجود نویز در تصاویر تشدید مغناطیسی نویز گرمایی بیمار است. نویز لفل و نمک که با نام های دیگری نظیر نویز تک ضربه یا نویز باینری نیز شناخته می شوند. این نویز به علت نوسانات برق در دستگاه های تصویربرداری پزشکی و تغییر سریع و ناگهانی سیگنال تصویر رایج ترین نوع نویز در تصاویر پزشکی است؛ و به صورت دانه های سیاه و تصادفی در پیکسل های تصویر ظاهر می شود [۷] و [۱۶]. به علت فرکانس بالای پیکسل های آسیب دیده با نویز لفل و نمک رایج ترین فیلترها برای حذف این نویز فیلترهای پایین گذر هستند.

نتیجه ضعف این فیلترها، کاهش کیفیت تصویر است [۱۰]. در این مقاله، در مرحله اول با استفاده از چهار فیلتر عمومی، میانگین، میانه استاندارد، میانه وزن دار و میانه تطبیقی، تصویر اولیه نویززدایی می شود. در فیلتر میانگین متوسط مقدار عناصر داخل پنجره  $3 \times 3$  محاسبه شده و به جای عنصر مرکزی قرار می گیرد. در فیلتر محاسبه شده و به جای عنصر مرکزی قرار می گیرد. در فیلتر میانه که یک فیلتر غیرخطی است برای حذف نویز اعداد داخل پنجره مرتب شده و عدد میانه به عنوان خروجی به جای عنصر مرکز پنجره قرار می گیرد [۷].

در فیلتر میانه وزن دار که فرم توسعه یافته ای از فیلتر میانه استاندارد است عناصر داخل پنجره در یک ماسک شامل وزن ها ضرب می شوند [۳ و ۸]. فیلتر میانه تطبیقی نیز حالت دیگری از فیلتر میانه است که عنصر میانه را با یک آستانه مقایسه و تصمیم گیری می کند که آیا با عنصر مرکزی پنجره جایگزین شود یا سبب پنجره را افزایش دهد. این فیلتر سعی دارد فقط پیکسل های نویزی را تحت تاثیر قرار دهد [۹]. هر کدام از فیلترهای یاد شده تا حدی نویز موجود در تصویر را برطرف می کنند اما در تصاویر با چگالی نویز بالا کارایی بیشتری لازم است [۱۳]. بدین منظور نتیجه حاصل از اعمال فیلترهای یاد شده از یک سیستم فازی-عصبی گذر داده می شود.

## ۳- سیستم فازی-عصبی برای بازیابی پیکسل نویزی<sup>۲</sup>

سیستم فازی-عصبی ترکیبی از یک سیستم فازی برای برقراری رابطه بین ورودی و خروجی، و شبکه عصبی برای تعیین شاخص های مربوط به توابع عضویت سیستم فازی است. این سیستم قدرت بیان عدم قطعیت به صورت کیفی را دارد و از جهتی شبیه به شبکه عصبی با ساختار متغیر است که با توجه به نوع داده ها ساختار خود را تطبیق می دهد تا به رفتار ورودی-خروجی مطلوب برسد [۱۴]. معماری سیستم فازی-عصبی شامل پنج لایه ورودی، فازی گر، تالی قواعد، لایه ترکیب و فازی زداست. شاخص های توابع عضویت این سیستم از طریق الگوریتم پس انتشار یا ترکیب آن با روش حداقل مربعات تنظیم می شوند. این عملیات

<sup>1</sup> Speckle

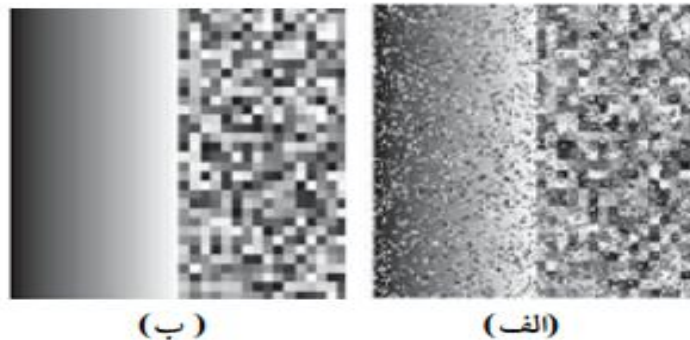
<sup>2</sup> Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System

تنظیم به سیستم های فازی اجازه می دهد تا ساختار خود را از مجموعه داده ها فرا بگیرد [۱۵]. سیستم فازی- عصبی پیشنهادی شامل یک موتور استنتاج فازی مرتبه اول سوگنو، چهار متغیر ورودی، یک خروجی و ۱۶ قانون است. توابع عضویت ورودی از نوع گوسی، رابطه (۱) و تابع عضویت خروجی از نوع خطی، رابطه (۲) است.

$$M_{ij}(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a_{ij}}{b_{ij}}\right)^{2c_{ij}}}; (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

$$y_k(x_0, x_1, x_2, x_3) = d_{k,1}x_0 + d_{k,2}x_1 + d_{k,3}x_2 + d_{k,4}x_3 + d_{k,4} \quad (2)$$

شاخص های  $a, b, c, d$  برای تعیین شکل توابع عضویت باید تنظیم شوند. مقدار بهینه این شاخص ها با استفاده از ترکیب روش های انتشار به عقب و گرادیان نزولی تعیین می شود [۱۲]. شاخص های اولیه به صورت تصادفی انتخاب شد و به صورت تکراری بعد از ۱۰ مرحله آموزش شاخص های نهایی تعیین شد. برای آموزش از تصاویر آموزشی شکل (۱) استفاده شد. این تصاویر توسط نرم افزار متلب تولید شده است. سایز تصاویر  $128 \times 128$  است و از بلوک های  $4 \times 4$  تشکیل شده است. هر بلوک حاوی ۱۶ پیکسل است که دارای میزان شدت روشنایی تصادفی در بازه [۰-۲۵۵] هستند [۱۱]. مزیت استفاده از این تصاویر وابسته نشدن سیستم به یک تصویر خاص است [۱۴].



شکل ۱- تصویر آموزشی استفاده شده، (الف) تصویر بدون نویز، (ب) تصویر آموزشی با نویز

#### ۴- روش پیشنهادی و پیاده سازی آن

##### ۴-۱- روش گشتاورهای کسری

ابتدا روش گشتاورهای کسری را بیان می کنیم. اگر تابع چگالی احتمال یک متغیر تصادفی را با  $f(x)$  نشان دهیم که یک تابع حقیقی پیوسته است،  $n$  امین گشتاور آن حول  $c$  به صورت زیر بیان می شود:

$$\mu_n = \int_{-\infty}^{\infty} (x - c)^n f(x) dx \quad (3)$$

برای گشتاورهای دوم به بعد، گشتاور مرکزی (گشتاورهای حول میانگین، که  $c$  همان میانگین است) به طور معمول به جای گشتاور حول صفر به کار می رود، چرا که اطلاعات واضح تری در مورد شکل توزیع احتمال ارائه می دهند. گشتاور  $n$  ام حول صفر مربوط به یک تابع چگالی احتمال  $f(x)$  همان امید ریاضی  $X^n$  بوده و گشتاور خام نام دارد. گشتاورهای حول میانگین  $\mu$  گشتاورهای مرکزی نامیده می شوند که بیان کننده شکل تابع بدون نیاز به انتقال آن هستند. اگر به جای توزیع، نمونه هایی از آن را نیز داشته باشیم، به دست آوردن گشتاورهای آن توزیع امکان پذیر است. برای کلیه  $k$  ها، گشتاور خام  $k$  ام را می توان به صورت زیر تخمین زد:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \quad (4)$$

که  $X_1$  تا  $X_n$  نمونه های از توزیع مربوطه هستند. به این گشتاور، گشتاور عددی گوئیم. تابع مولد گشتاور مربوط به متغیر تصادفی  $X$  به صورت زیر بیان می شود:

$$M_X(t) = E[e^{tX}], \quad t \in R \quad (5)$$

در واقع تابع مولد گشتاور همان امید ریاضی متغیر تصادفی  $e^{tX}$  است. استفاده از تابع مولد گشتاور می تواند به راحتی ما را به تمام گشتاورهای توزیع مربوطه از هر درجه ای برساند. بسط تابع  $e^{tX}$  به صورت زیر هستند:

$$e^{tX} = 1 + tX + \frac{t^2 X^2}{2!} + \frac{t^3 X^3}{3!} + \dots + \frac{t^n X^n}{n!} + \dots \quad (6)$$

بنابراین:

$$M_X(t) = E[e^{tX}] = 1 + tE[X] + \frac{t^2 E[X^2]}{2!} + \frac{t^3 E[X^3]}{3!} + \dots + \frac{t^n E[X^n]}{n!} + \dots \quad (7)$$

$$= 1 + tm_1 + \frac{t^2 m_2}{2!} + \frac{t^3 m_3}{3!} + \dots + \frac{t^n m_n}{n!} + \dots$$

که  $m_n$  گشتاور  $n$  ام است. با گرفتن مشتق مرتبه  $i$  ام از تابع  $M_X(t)$  بر حسب  $t$  و سپس برابر با صفر قرار دادن  $t$ ، می توان به گشتاور  $i$  ام حول مبدا رسید. برای به دست آوردن گشتاورهای کسری، باید پارامتر  $i$  به  $q$  تبدیل گردد که یک عدد غیر صحیح است. اما از آنجا که نمی توان مشتق از درجه غیر صحیح از یک تابع را به دست آورد، باید از رابطه زیر به گشتاورهای کسری رسید:

$$m_q = E[X^q] = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(1+t)^{m-q} M_X^{(m)}(-1)}{\Gamma(m-q+1)} \quad (8)$$

که  $M_X^{(m)}$  مشتق  $m$  ام تابع مولد گشتاور است و  $m$  عددی صحیح است. پس از ارائه رابطه گشتاورهای کسری، روش گشتاور بیان می شود. در روش گشتاور اصل بر این است که توزیع احتمال  $X$  به طور کامل توسط گشتاورهای این متغیر تصادفی قابل تعیین است، یعنی اینکه هیچ توزیع احتمال دیگری وجود ندارد که گشتاورهای مربوط به آن شبیه به توزیع مورد نظر ما باشد. پس اگر برای تمام مقادیر  $i$  داشته باشیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E(X_n^i) = E(X^i) \quad (9)$$

آنگاه رشته  $\{X_n\}$  دارای همان توزیع مربوط به  $X$  است. در اینجا برای تخمین پارامترها از رابطه (۹) استفاده می کنیم. به این صورت که طرف چپ رابطه (۹) را به صورت عددی به دست می آوریم. طرف راست را باید با تحلیل های تئوری به دست آورد. در واقع برای به دست آوردن طرف راست، باید گشتاورهای توابع تشکیل دهنده سیگنال دریافتی را در نظر گرفت و تاثیر پارامترهای مختلف موجود در سیگنال دریافتی را روی این گشتاورها به دست آورد و با کمک رابطه (۹)، مقادیر صحیح این پارامترها را تخمین زد. از آنجا که رفتار آماری نویز به صورت گوسی در نظر گرفته شده است. گشتاورهای این تابع گوسی را محاسبه می کنیم. تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی گوسی  $X$  به صورت زیر است:

$$p_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

که  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و انحراف معیار این متغیر است. برای به دست آوردن گشتاورهای کسری این تابع داریم:

$$E[X^\alpha] = \int_{-\infty}^{\infty} x^\alpha \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) dx \quad (11)$$

از یک تغییر متغیر  $z = x - \mu$  استفاده کرده و انتگرال نامعین حاصل را می یابیم:

$$I = \int (z + \mu)^\alpha \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz = \int \left(1 + \frac{z}{\mu}\right)^\alpha \frac{\mu^\alpha}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz \quad (12)$$

از بسط دو جمله ای برای توان های کسری استفاده می نمایم:

$$I = \int \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \left(\frac{z}{\mu}\right)^k \frac{\mu^\alpha}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \frac{\mu^{\alpha-k}}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int z^k \exp\left(-\frac{z^2}{2\sigma^2}\right) dz \quad (13)$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \frac{(-2)^{\frac{k-1}{2}} \mu^{\alpha-k}}{\sigma \sqrt{2\pi}} z^{k+1} \left(\frac{z^2}{\sigma^2}\right)^{-\frac{k-1}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}, \frac{z^2}{2\sigma^2}\right) + c$$

که

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{k! \Gamma(\alpha-k+1)}$$

حال که انتگرال به دست آمد، گشتاور درجه  $\alpha$  ام مربوط به یک نویز گوسی با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  عبارت است از:

$$m_{\alpha} = E[X^{\alpha}] = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \quad (14)$$

در حالت هایی که  $\alpha$  غیر صحیح است، ممکن است گشتاور به دست آمده مقداری مختلط را به نمایش بگذارد. در برخی از مقالات برای اجتناب از این امر از گشتاورهای قدرمطلق کسری استفاده می نمایند، اما در روش ارائه شده، از آنجا که این فرض در نتایج پایانی تغییری به همراه ندارد، از ایجاد این محدودیت خودداری می کنیم. حال مسئله پیشنهادی را تشریح می کنیم. بدون از دست دادن کلیت موضوع فرض می کنیم تصویر اصلی یک تصویر دوبعدی  $M \times N$  با سطوح خاکستری بین صفر تا ۲۵۵ باشد. تصویر را با  $f$  نمایش می دهیم. بنابراین، تابع  $f(x, y)$  بیانگر سطح خاکستری در پیکسلی با موقعیت  $(x, y)$  در تصویر  $f$  است. اگر این تصویر ارسال گردد و در طول مسیر به علت وجود یک نویز گوسی  $\eta$  دستخوش تغییراتی گردد، آنگاه تصویر دریافتی به صورت زیر قابل نمایش است:

$$r(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \quad (15)$$

که  $\eta(x, y)$  نویز اضافه شده به تصویر در پیکسل با موقعیت  $(x, y)$  است. فرض کنید که سطح خاکستری  $f(x, y)$  در پیکسل  $(x, y)$  برابر با  $L$  باشد. لذا داریم:

$$r(x, y) = L + \eta(x, y) \quad (16)$$

اگر رفتار آماری نویز  $\eta(x, y)$  را گوسی در نظر بگیریم، از آنجا که پارامتر  $L$ ، حالت قطعی دارد، می توان نتیجه گرفت که رفتار آماری سطح خاکستری دریافتی  $r(x, y)$  همان توزیع گوسی را دارد که البته دارای میانگین  $\mu + L$  و انحراف معیار  $\sigma$  است. از طرف دیگر پارامتر مجهول در هر پیکسل دریافتی همان مقدار  $L$  است. اکنون باید از روش گشتاور استفاده کرد. در روش گشتاور از یک طرف باید گشتاورهای مختلف را به صورت تحلیلی به دست آوریم که برای نویز گوسی در رابطه (۱۴) به آن دست پیدا نموده ایم. از طرف دیگر باید از سیگنال  $r(x, y)$  مقادیر گشتاورهای کسری به صورت عددی نیز به دست آیند. برای این امر از رابطه (۴) استفاده می نمایم.

$$\bar{m}_{\alpha} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_i^{\alpha} \quad (17)$$

که در این رابطه  $n$  تعداد نمونه های دریافتی از هر پیکسل با موقعیت  $(x, y)$  از تصویر بوده، و  $r_i$  سطح خاکستری دریافتی در لحظه  $i$  ام از  $n$  لحظه دریافت تصویر است. اکنون باید این مقادیر عددی و تحلیلی با یکدیگر برابر شوند. در نتیجه مقادیر پارامترهای مختلف نویز و سیگنال تصویر قابل تخمین می شوند. در اینجا سه پارامتر مجهول وجود دارد. این پارامترها شامل میانگین نویز گوسی  $\mu$ ، انحراف معیار نویز گوسی  $\sigma$  و سطح خاکستری تصویر اصلی  $L$  هستند. هر چه معادلات به کار رفته بیشتر باشند، نتیجه دقیق تری حاصل می شود. در اینجا از شش معادله استفاده می گردد که به ترتیب مربوط به گشتاورهای اول، دوم، سوم، و همچنین گشتاورهای کسری  $\frac{1}{2}$ ،  $\frac{3}{2}$  و  $\frac{5}{2}$  است. بنابراین تخمین به صورت زیر ارائه می شود:

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{L}) = \arg \min_{\mu, \sigma, L} \sum_{i=1}^6 |m_{i/2} - \bar{m}_{i/2}|^2 \quad (18)$$

که  $m$  و  $\bar{m}$  به ترتیب گشتاورهای تحلیلی و عددی به دست آمده از روابط (۱۴) و (۱۷) هستند. اگر از یک تخمین گر مناسب برای تخمین در رابطه (۱۸) استفاده شود، نتایج قابل قبولی خواهد داشت. در اینجا از الگوریتم نلدر-مید<sup>۱</sup> استفاده می شود. برای دقت بیشتر، تخمین پارامترهای موجود را در دو مرحله انجام می دهیم. روش کار به این صورت است که در ابتدا به عملیات آموزش محیط نویزی می پردازیم. این بدین معنی است که در ابتدا نویز موجود در محیط را شناسایی و به دنبال آن پارامترهای میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  را شناسایی، و در مرحله بعد به تخمین تک پارامتری  $L$  پرداخته می شود. برای انجام این کار ابتدا فرستنده تصویری سیاه رنگ با اندازه  $M \times N$  ارسال می کند. بنابراین، می دانیم که تمام سطوح خاکستری این تصویر صفر است. در این حالت، رابطه (۱۶) به رابطه زیر تبدیل می گردد:

<sup>1</sup> Nelder-Mead Algorithm

$$r(x, y) = 0 + \eta(x, y) \Rightarrow r(x, y) = \eta(x, y) \quad (19)$$

بنابراین تصویر دریافتی همان نویز محیط خواهد بود. از آنجا که نویز با رفتار یکسان به کل تصویر اعمال می شود و نویزهای اعمال شده بر پیکسل ها از هم مستقل هستند، تنها با ارسال یک تصویر به تعداد  $M \times N$  نمونه از نویز دست یافته ایم. بنابراین، گشتاورهای تحلیلی حاصل همچنان از رابطه (۱۴) به دست آمده و برای یافتن گشتاورها به صورت عددی رابطه (۱۷) را به صورت زیر استفاده می کنیم:

$$\tilde{m}_\alpha = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^{MN} r_i^\alpha \quad (20)$$

و رابطه تخمین به صورت زیر در می آید:

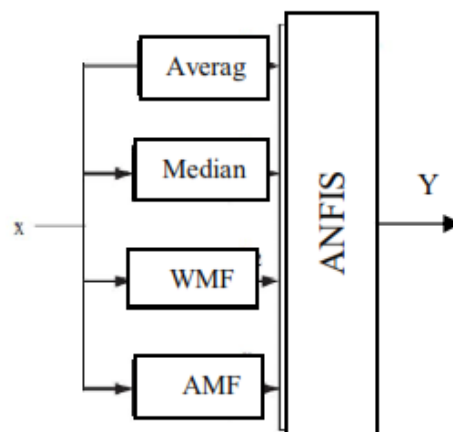
$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) = \arg \min_{\mu, \sigma} \sum_{i=0}^6 |m_{i/2} - \tilde{m}_{i/2}|^2 \quad (21)$$

حال که پارامترهای نویز به دست آمدند، ارسال تصویر به تعداد  $n$  مرتبه انجام می گیرد و رابطه تخمین پس از به دست آمدن گشتاورهای تحلیلی و عددی به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$\hat{L} = \arg \min_L \sum_{i=1}^6 |m_{i/2} - \tilde{m}_{i/2}|^2 \quad (22)$$

#### ۴-۲- روش سیستم فازی-عصبی

شکل (۲) نمای کلی روش پیشنهادی را نشان می دهد.



شکل ۲- ساختار کلی روش پیشنهادی

در این روش، تصویر نویزی ورودی به طور موازی از چهار فیلتر عمومی حذف نویز عبور داده می شود،  $X$  تصویر نویزی ورودی و خروجی سیستم فازی-عصبی، تصویر بهبود داده شده نهایی است. در اعمال فیلتر به تصویر دو مرحله وجود دارد. در مرحله اول تصاویر مربوط به آموزش شبکه استفاده می شود. بعد از آموزش شبکه و تعیین شدن شاخص ها با توجه به ویژگی های تصویر و نویز، می توان برای آزمایش فیلتر از تصاویر جدید استفاده کرد. در مرحله آموزش فیلتر از تصویر تشدید مغناطیسی مغز با چگالی نویز ۶۰ درصد استفاده شد. تصاویر استفاده شده دارای ۲۵۶×۲۵۶ سطح خاکستری هستند.

#### ۵- نتایج

##### ۵-۱- آزمایشات حاصل از تحلیل فیلتر ترکیبی هوشمند فازی

آزمایش ها بر روی مجموعه ای از تصاویر پزشکی ۸ بیتی با سطوح خاکستری، ابعاد ۲۵۶×۲۵۶ و با چگالی نویز متفاوت و بالا انجام شده است. هر کدام از تصاویر با چگالی نویز ۲۵، ۵۰ و ۷۵ درصد تخریب شدند. این عدد بیان کننده درصد پیکسل های تخریب شده تصویر است. از مجموعه تصاویر تولید شده سه تصویر استاندارد، شکل (۳) انتخاب شدند.



شکل ۳- تصاویر پزشکی استاندارد برای ارزیابی کارایی فیلتر، (الف) تصویر آنژیوگرافی دست، (ب) تصویر شدت مغناطیسی مغز، (ج) تصویر سونوگرافی تصاویر آزمایشی تولید شده یک بار با روش پیشنهادی و یک بار بدون روش پیشنهادی نویز زدایی شدند. کارایی فیلتر پیشنهادی با دو گروه فیلترهای عمومی و فیلترهای فازی موجود مقایسه می شود. از میان فیلترهای عمومی کارایی فیلتر پیشنهادی با فیلترهای میانه، میانه وزن دار، میانه وزن دار عنصر مرکزی، میانه تطبیقی، میانه چند حالتی<sup>۱</sup> [۸] و فیلتر<sup>۲</sup> [۹] مقایسه می شود. از میان فیلترهای فازی این روش با فیلتر ارائه شده در [۵] مقایسه می شود. از دو معیار میانگین مربع خطا<sup>۳</sup> و نسبت نویز به سیگنال<sup>۴</sup> رابطه (۲۳) و (۲۴) برای مقایسه کارایی روش پیشنهادی نسبت به روش های دیگر استفاده می شود.

$$MSE = \frac{1}{RC} \sum_{r=1}^R \sum_{c=1}^C (s[r, c] - y[r, c])^2 \quad (23)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{\max_i^2}{MSE} \right) \quad (24)$$

که  $S[r, c]$  و  $Y[r, c]$  به ترتیب تصویر اصلی بدون نویز و تصویر بازیابی شده از فیلتر حذف نویز است.  $R$  و  $C$  ابعاد تصویر و  $\max_i$  بیشترین مقدار پیکسل در تصویر است. نتایج عددی حاصل از مقدار میانگین مربع خطا هر کدام از روش ها برای تصویر آنژیوگرافی دست با چگالی نویز ۱۰ درصد در شکل (۴) نمایش داده شده است.

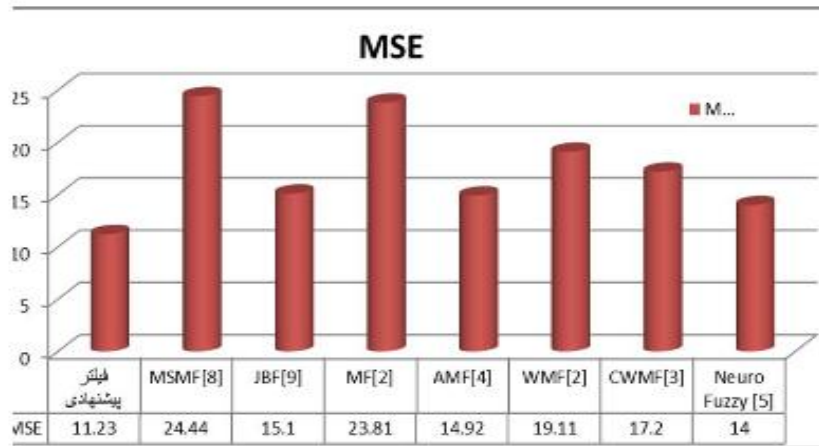
<sup>1</sup> MSMF (Multi-State Median Filter)

<sup>2</sup> JBF (Jarque-Berra test based Filter)

<sup>3</sup> MSE (Mean Square Error)

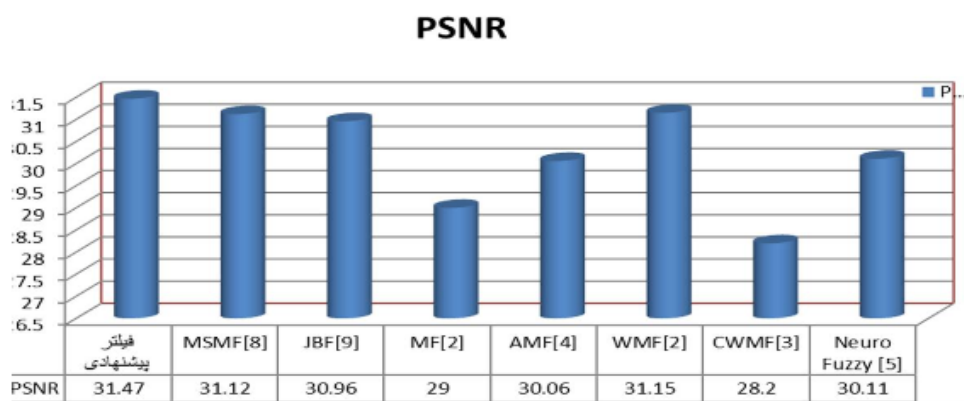
<sup>4</sup> PSNR (Peak Signal to Noise Ratio)





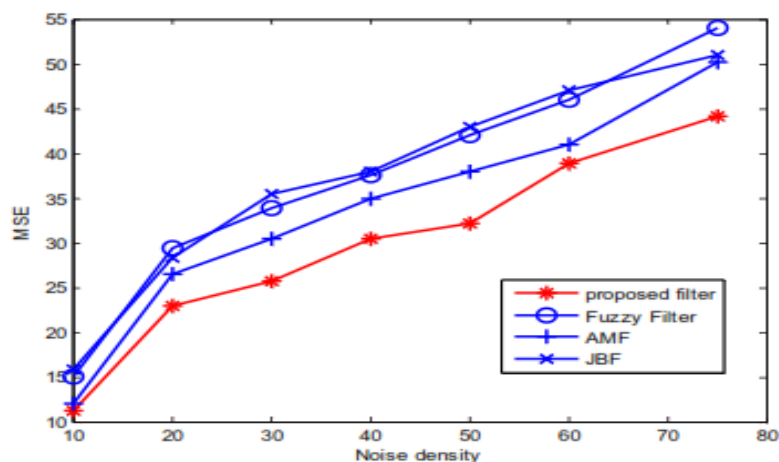
شکل ۴- معیار خطا برای فیلترهای حذف نویز

همان گونه که مشاهده می شود خطای روش پیشنهادی نسبت به روش های پیشین کمتر است. در شکل (۵) معیار نسبت نویز به سیگنال روش ها نشان داده شده که فیلتر پیشنهادی دارای مقدار بیشتری است.



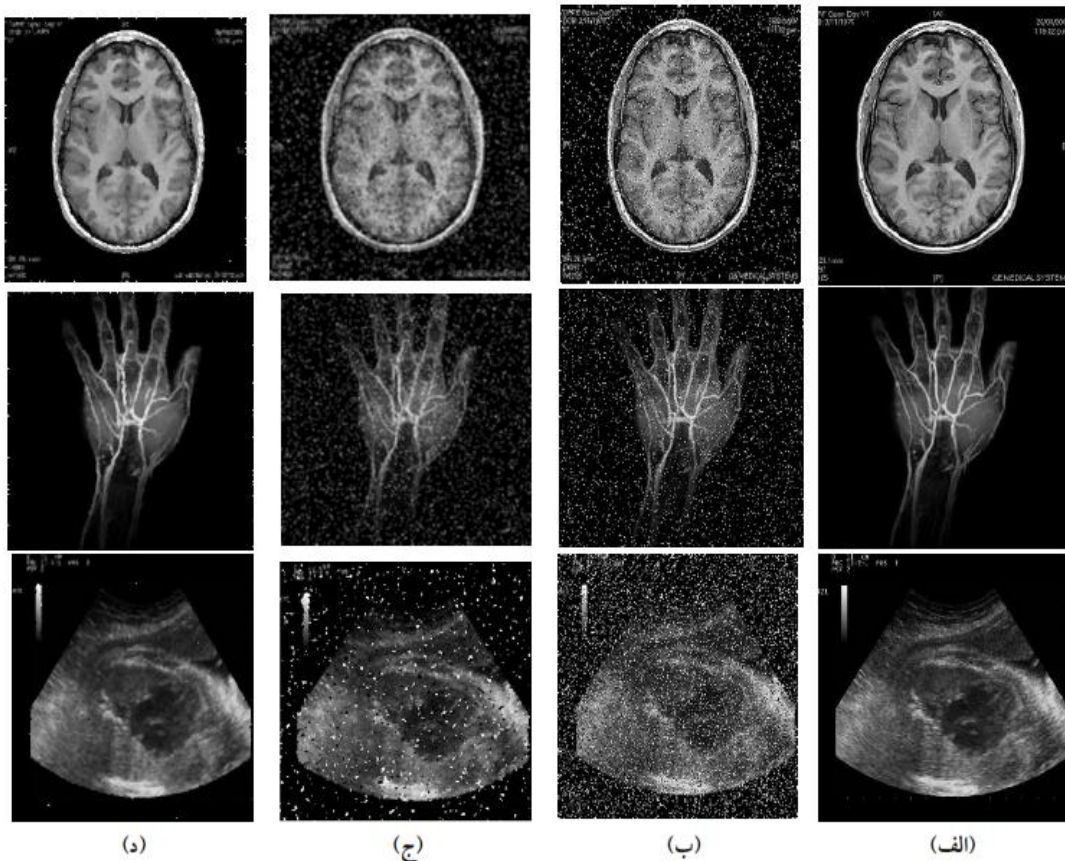
شکل ۵- معیار نسبت نویز به سیگنال فیلترهای حذف نویز

شکل (۶) نمودار میانگین مربع خطا در چگالی نویز متفاوت برای سه فیلتر فازی [۵]، فیلتر میانه تطبیقی و JBF بر روی تصویر آنژیوگرافی دست را در مقایسه با فیلتر پیشنهادی نشان می دهد، در چگالی نویز متفاوت فیلتر پیشنهادی دارای خطای کمتری نسبت به فیلترهای موجود است.



شکل ۶- نمودار میانگین مربع خطای تصویر آنژیوگرافی دست در چگالی نویز متفاوت

نتایج بصری حاصل از اجرای روش پیشنهادی مقاله بر روی برخی از تصاویر پزشکی از جمله تصویر شدت مغناطیسی مغز، تصویر آنژیوگرافی دست و تصویر سونوگرافی آلوده شده با نویز ۲۵ درصد در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۷- نتایج بازیابی سه تصویر تشدید مغناطیسی مغز، آنژیوگرافی دست و تصویر سونوگرافی، (الف) تصویر اصلی بدون نویز، (ب) تصویر آلوده شده با نویز نمک و فلفل و با چگالی نویز ۲۵ درصد، (ج) تصویر بازیابی با فیلتر ارائه شده در [۵]، (د) تصویر بازیابی با فیلتر پیشنهادی در تصاویر حاصل از روش پیشنهادی، بهبود چشمگیری از نظر حذف نویز با چگالی بالا، حفظ جزئیات و لبه تصویر حاصل مشاهده شد. جدول (۱) و (۲) مقدار میانگین مربع خطا برای دو تصویر آنژیوگرافی دست و تصویر سونوگرافی را نشان می دهد که در هر دو تصویر روش پیشنهادی دارای خطای کمتری است.

جدول ۱- MSE حاصل از بازیابی تصویر آنژیوگرافی دست

چگالی نویز	٪۲۵	٪۵۰	٪۷۵
MSMF	۳۰/۱۰	۴۲/۳۲	۷۹/۰۱
JBF	۳۷/۸۲	۵۴/۶۱	۸۷/۰۹
MF	۲۹/۷۵	۶۲/۱۱	۹۶/۴۱
AMF	۳۴/۲۱	۶۸/۹۸	۹۴/۸۷
WMF	۳۱/۷۰	۵۵/۰۸	۸۹/۷۶
CWMF	۳۲/۰۵	۵۴/۶۶	۸۳/۲۳
Fuzzy	۲۶/۸۸	۴۹/۹۸	۸۵
فیلتر پیشنهادی	۱۵/۲۰	۲۲/۴۵	۶۱/۷۶

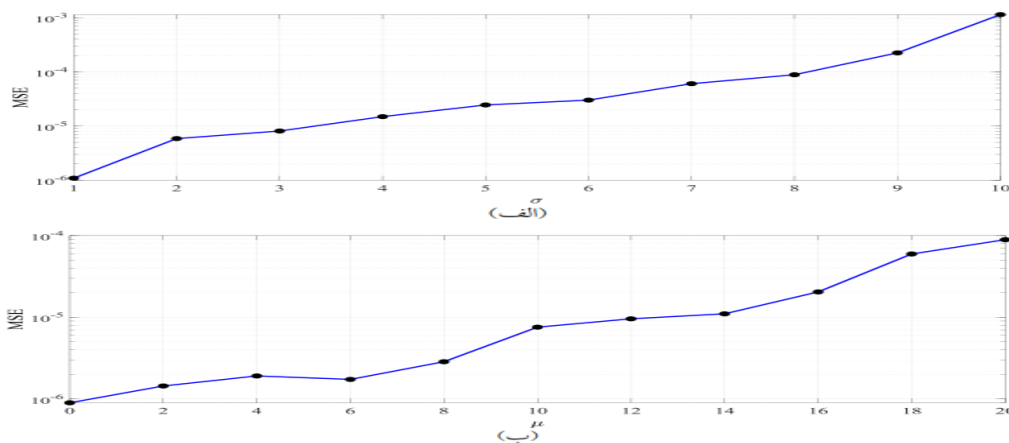
جدول ۲- MSE حاصل از بازیابی تصویر سونوگرافی

چگالی نویز	٪۲۵	٪۵۰	٪۷۵
MSMF	۳۸/۰۲	۴۳/۲۱	۸۶/۶۳
JBF	۴۵/۸۷	۶۴/۷۵	۹۶/۵۴
MF	۳۶/۵۳	۵۷/۸۷	۱۰۱
AMF	۴۲/۲۱	۵۶/۰۹	۹۷/۶۵
WMF	۴۰/۸۶	۵۴/۹۶	۹۴/۳۹
CWMF	۴۱/۰۵	۵۲/۰۵	۹۰/۴۵
Fuzzy	۳۲/۶۵	۵۳/۷۳	۸۷/۹۷
فیلتر پیشنهادی	۱۹/۸۹	۳۲/۷۰	۶۷/۵۳

نتایج حاصل از فیلتر پیشنهادی از نظر حذف نویز، حفظ لبه ها و جزئیات تصویر بهتر از فیلترهای دیگر است. این روش در تصاویر پزشکی با چگالی نویز متفاوت و بالا دارای عملکرد خوبی است. نتایج عددی و بصری حاصل از مقایسه فیلتر پیشنهادی با فیلترهای موجود تایید کننده این ادعاست که استفاده از ترکیب فیلترهای حذف نویز و سیستم فازی-عصبی، موجب بهبود کارایی فیلتر حذف نویز می شود.

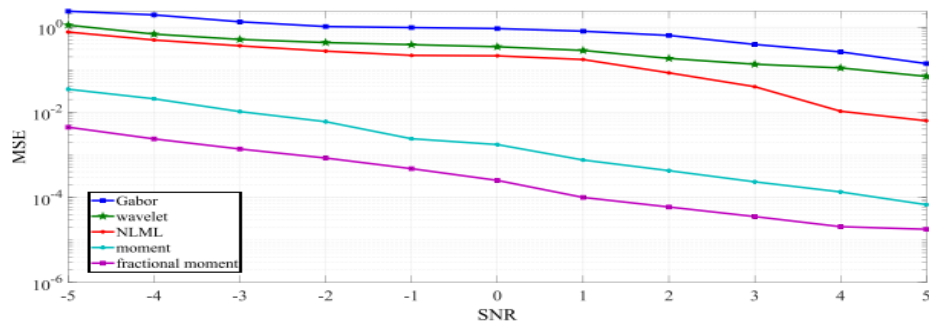
#### ۵-۲- یافته های حاصل از تحلیل روش گشاورهای کسری

در اولین مرحله، میزان دقت آموزش روش پیشنهادی بررسی می شود. یک تصویر با اندازه  $256 \times 256$  و کاملاً سیاه، یعنی با کلیه سطوح خاکستری صفر را برای عمل آموزش در نظر بگیرد. فرض شده است که یک نویز گوسی با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  در محیط وجود دارد. در شکل (۸) میزان دقت در شناسایی همزمان دو پارامتر میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$  را بررسی می کنیم.



شکل ۸- (الف) میزان دقت در شناسایی پارامتر  $\sigma$  به ازای  $\mu = 10$ ، (ب) میزان دقت در شناسایی پارامتر  $\mu$  به ازای  $\sigma = 5$

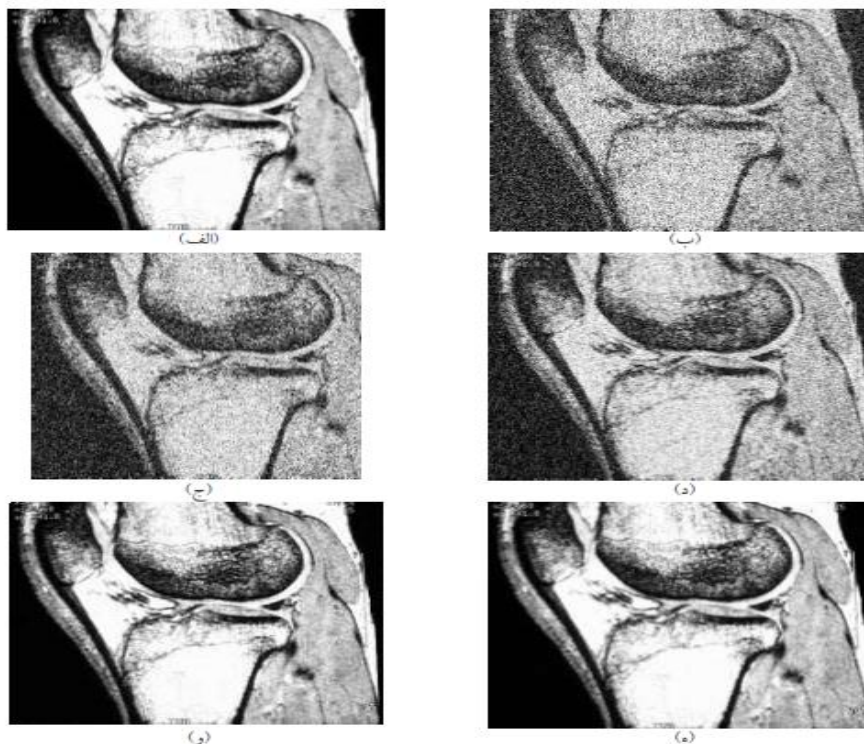
در شکل (الف-۸) به ازای  $\mu = 10$ ، خطای موجود در شناسایی مقادیر مختلف  $\sigma$  به نمایش گذاشته شده است. این خطا به صورت خطای میانگین مربعات ارائه شده است. در شکل (ب-۸) به ازای  $\sigma = 5$ ، خطای موجود در شناسایی مقادیر مختلف  $\mu$  بیان می شود. این خطا نیز به صورت MSE نشان داده شده است. نتایج این دو شکل قدرت آموزش صحیح در محیط نویز گوسی توسط روش ارائه شده را تایید می نماید. حال روش حذف نویز و شناسایی پیکسل های تصویر ارسالی را می آزمایشیم. فرض کنید که تصویر اصلی اندازه  $256 \times 256$  دارد و ۱۰ مرتبه به گیرنده از طریق محیطی که دارای نویز گوسی است ارسال می شود. نویز محیط را با میانگین  $\mu = 5$  و انحراف معیار  $\sigma$  در نظر بگیرد. شکل (۹) روش حذف نویز ارائه شده را با چهار روش دیگر مقایسه می کند.



شکل ۹- مقایسه قدرت حذف نویز بین روش پیشنهادی با دیگر روش های قدیمی

روش های مورد مقایسه، روش گابور [۲۳]، روش موجک [۱۷-۲۵]، روش حداکثر درست نمایی غیر محلی<sup>۱</sup> [۲۵] و روش گشتاور هستند. در شکل میزان خطای تصویر به دست آمده و تصویر اصلی به صورت MSE بر حسب SNR رسم شده است. انحراف معیار  $\sigma$  مربوط به نویز بر اساس مقادیر SNR به دست می آید. شکل (۹) برتری روش پیشنهادی را نسبت به روش های دیگر به طور کامل نشان می دهد. در روش های گابور و موجک اصلا به رفتار آماری نویز توجهی نمی شود، بنابراین در SNR های پایین دچار مشکل می شود.

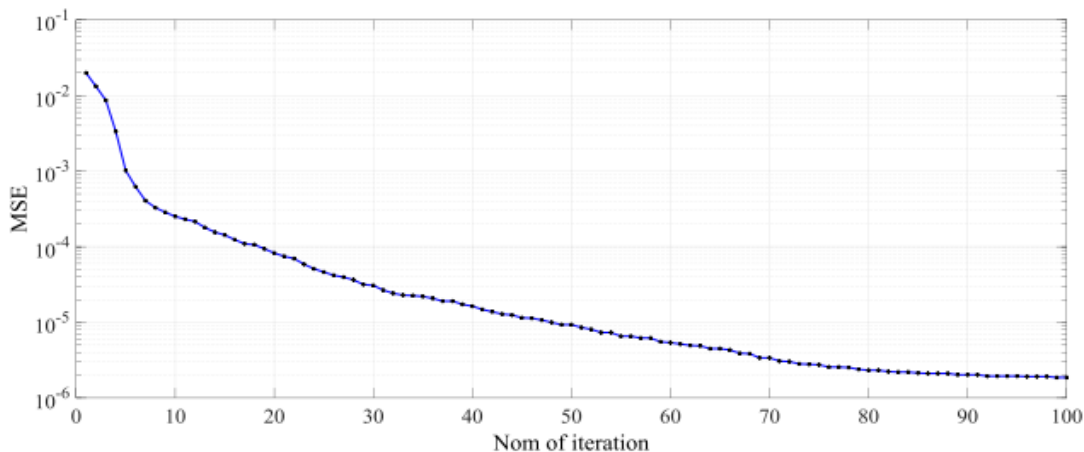
در روش گشتاور، رفتار نویز کاملا بررسی می شود، اما، از آنجا که برای تخمین به ناچار از گشتاورهای درجه بالا استفاده می کند، لذا دقت پایین تری نسبت به روش پیشنهادی دارد. روش های سنتی حذف نویز باعث حذف جزئیات تصویر و مات شدن آن می شوند. از آنجایی که لبه ها در تصویر شامل اطلاعات مهم تصاویر رادیوگرافی از جمله شکستگی ها و ساییدگی ها در استخوان است لذا بایستی تا حد امکان این اطلاعات ارزشمند حفظ شود. برای مقایسه بهتر روش ارائه شده نسبت به روش های دیگر، چگونگی حذف نویز را روی یک تصویر  $SNR = 0dB$  در شکل (۱۰) نمایش داده شده است.



شکل ۱۰- مقایسه تصویری قدرت حذف نویز بین روش پیشنهادی با دیگر روش های قدیمی، (الف) تصویر اصلی، (ب) تصویر نویزدار، (ج) حذف نویز توسط روش گابور، (د) حذف نویز توسط روش موجک، (ه) حذف نویز توسط روش گشتاور، (و) حذف نویز توسط روش گشتاور کسری

<sup>1</sup> Non-Local Maximum Likelihood

تصویرهای (الف-۱۰ و ب) تصویر اصلی ارسال شده و تصویر نویزدار است. تصویرهای (ج-۱۰ و د) حاصل حذف نویز توسط روش های گابور و موجک است. نتیجه روش گشتاور و همچنین روش گشتاور کسری که همان روش پیشنهادی است، به ترتیب در تصویرهای (ه-۱۰) و (و-۱۰) مشاهده می شود. یکی از محدودیت های روش پیشنهادی این است که تصویر باید چندین مرتبه ارسال شود، چرا که در بحث های آماری، تنها با یک نمونه، امکان تصمیم گیری وجود ندارد. شکل (۱۱) میزان خطای روش حذف نویز پیشنهادی را برحسب تعداد دفعات ارسال تصویر اصلی ( $n$ ) نشان می دهد.



شکل ۱۱- میزان خطای روش پیشنهادی برحسب تعداد دفعات ارسال

بدیهی است که هر چه  $n$  بزرگ تر باشد، خطای کمتری رخ می دهد. این شکل نشان می دهد که حتی شش مرتبه ارسال تصویر، خطای پایین در حدود  $0/0009$  را به همراه دارد. بنابراین، این روش از نظر عملی کاملاً معقول بوده و سیستم را از حالت بلادرنگ خارج نمی کند.

## ۶- نتیجه گیری

تصویربرداری سریع ترین و آسان ترین راه برای کمک به پزشک برای نمایش و ارزیابی قسمت های مختلف بدن و تشخیص بخش هایی از قبیل استخوان های شکسته و یا آسیب مهره ای و مفاصل است، اما با توجه به عوارض احتمالی اشعه ایکس در بدن، بایستی کمترین میزان تابش به بیمار برسد. از طرفی کاهش در اشعه ایکس موجب افزایش نویز در تصاویر می شود. لذا مسئله کاهش نویز و بهبود کیفیت تصاویر از آن جهت که می تواند به پزشک در تشخیص و بررسی صحیح روش های درمانی کمک زیادی کند، مورد توجه بسیاری از پژوهش های سال های اخیر بوده است. از آنجایی که روش های کاهش نویز عموماً موجب کاهش کیفیت و حذف لبه ها در تصویر می شوند و از طرفی لبه ها در تصویر شامل جزئیات سودمند تصویر هستند، لذا نیاز به معرفی روش هایی جهت پوشش این نقص است.

یکی از مشکلات ارسال اطلاعات تصویری وجود نویز در مسیر است که موجب تخریب و یا از بین رفتن اطلاعات می شود. از آن جا که منبع تولید نویز نامشخص و غیرقابل پیش بینی است، لازم است که تحلیل ها و روش های تصادفی جهت شناسایی نویز و کاهش آن انجام شود. در این مقاله یک فیلتر ترکیبی هوشمند مبتنی بر سیستم فازی-عصبی برای کاهش نویز نمک و فلفل از تصاویر پزشکی ارائه شد. نتایج عددی و بصری حاصل از اجرای این روش بر روی تصاویر پزشکی با چگالی نویز بالا توانایی این روش در حذف نویز و حفظ جزئیات نسبت به روش های دیگر را نشان می دهد. همچنین در این مقاله تاثیر نویز را روی گشتاورهای کسری سیگنال تصویر دریافتی بررسی کردیم.

اطلاعات به دست آمده از گشتاورهای کسری سیگنال دریافتی، معیاری برای تخمین پارامترهای نویز و سطوح خاکستری تصویر اصلی است. از آن جا که گشتاورهای کسری نویز در این بررسی ها قابل محاسبه هستند، این گشتاورها موجب جداسازی مناسب سیگنال تصویر از نویز، حتی در محیط های نویزی بسیار شدید می شود. بنابراین، روش تخمین بیان شده در SNR های پایین نتایج

رضایت بخشی دارد. نتایج شبیه سازی، کارایی این روش را در دو بخش تخمین پارامترهای نویز و استخراج تصویر اصلی نشان می دهد. همچنین پارامترهای مجهول با استفاده از مقایسه دو روش عددی و تحلیلی تخمین زده شد. با استفاده از شبیه سازی های انجام شده برتری روش پیشنهادی نسبت به دیگر روش های موجود به نمایش گذاشته شد.

#### ۷- منابع

1. Umbaugh SE. "Computer vision and image processing". Upper Saddle River, NJ: Prentice -Hall International Inc.; 1998.
2. Yli-Harja O, Astola J., Neuvo Y., "Analysis of the Properties of Median and Weighted Median Filters using Threshold logic and Stack Filter Representation". IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 39, No. 2, pp. 395-410, 1987.
3. Ko SJ, Lee YH. "Center Weighted Median Filters and their Applications to Image Enhancement". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. 38, No. 9, pp. 984-93, 1991.
4. Eng H-L, Ma K-K. "Noise Adaptive Soft-switching Median Filter". IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 10, No. 2, pp. 242-51, 2001.
5. Yuksel ME, Be sdok E. "A Simple Neuro-Fuzzy Impulse Detector for Efficient Blur Reduction of Impulse Noise Removal Operators for Digital Images". IEEE Transactions on Fuzzy Systems; Vol. 12, No. 6, pp. 854-65, 2004.
6. Schulte S, Nachtegaal M, De Witte V, Van der Weken D, Kerre EE. "A fuzzy Impulse Noise Detection and Reduction Method". IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 15, No. 5, pp. 53-62, 2006.
7. Mahesh T R, Prabhanjan S, "Noise Reduction by Using Fuzzy Image Filtering", Journal of Theoretical and Applied Information Technology, Islamabad Pakistan, Vol. 15, No. 2, pp. 115-120, 2010.
8. Chen T, Wu HR. "Space Variant Median Filters for the Restoration of Impulse Noise Corrupted Images". IEEE Transactions of Circuits and Systems-II, Vol. 48, No. 8, pp. 78-94, 2011.
9. Yuksel ME. "Impulsive noise Rejection from Images with Jarque-Berra test based median filters". International Journal of Electronic and Communications, Vol. 59, No. 2, pp. 91-105, 2005.
10. Lee C-S, Kuo Y-H. "The Important Properties and Applications of the Adaptive Weighted Fuzzy Mean Filter". International Journal of Intelligent Systems, Vol. 14, No. 2, pp. 53-74, 2012.
11. Windyga PS. "Fast Impulsive Noise Removal". IEEE Transactions on Image Processing; Vol. 10, No. 1, pp. 73-9, 2001.
12. Russo F. "Impulse Noise cancellation in image data using a two-output nonlinear filter". Measurement; Vol. 36, No. 3, pp. 13-20, 2004.
13. Xu H. Zhu G. Peng H. Wang D. "Adaptive fuzzy switching filter for images corrupted by impulse noise". Pattern Recognition Letters; Vol. 25, No. 16, pp. 57-63, 2010.
14. Alajlan N, Kamela M, Jernigan E. "Detail preserving impulsive noise removal. Signal Processing": Image Communication; Vol. 19, pp. 993-100, 2009.
15. Yuksel ME, Ba sturk A, Be sdok E. "Detail-preserving restoration of impulse noise corrupted image by a switching median filter guided by a simple neuro-fuzzy network". EURASIP Journal of Applied Signal Processing, Vol. 16, No. 24, pp. 51-61, 2004.
16. Gupta S, Kaur L, Chauhan R C, Saxena S C; "A versatile technique for visual enhancement of medical ultrasound images"; Digital Signal Processing; Vol. 17, No. 3, pp. 542-560, 2007.
17. Mastriani M, Giraldez A E. Microarrays denoising via smoothing of coefficients in wavelet domain. arXiv.org > eess > arXiv: 1807. 11571. 2018 Jul 10.
18. Panigrahi S K, Gupta S, Sahu P K. Curvelet-based multiscale denoising using non-local means & guided image filter. IET Image Processing. 2018; 12(6): 909-18. doi: 10. 1049/ iet-ipr. 2017. 0825.
19. Tong Qiao, Jinchang Ren, Zheng Wang, Jaime Zabalza, Meijun Sun, Huimin Zhao, et al. Effective denoising and classification of hyperspectral images using curvelet transform and singular spectrum analysis. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2017; 55(1) 119-33. doi: 10. 1109/ tgrs. 2016. 2598065.
20. Wang X, Chen W, Gao J, Wang C. Hybrid image denoising method based on non-subsampled contourlet transform and bandelet transform. IET Image Processing. 2018; 12(5): 778-84. doi: 10. 1049/ iet-ipr. 2017. 0647.



21. Guo Q, Dong F, Sun S, Lei B, Gao BZ. Image denoising algorithm based on contourlet transform for optical coherence tomography heart tube image. *IET Image Process.* 2013 Jul; 7(5): 442-50. doi: 10. 1049/ iet-ipr. 2013. 0127. Epub 2013 Sep 28. PMID: 27087835; PMCID: PMC4833027.
22. Amirmazlaghani M, Amindavar H, Moghaddamjoo A. Speckle suppression in SAR images using the 2-D GARCH model. *IEEE Trans Image Process.* 2009 Feb; 18(2): 250-9. doi: 10. 1109/ tip. 2008. 2009857. Epub 2008 Dec 31. PMID: 19126469.
23. Shi Y, Yang X, Guo Y. Translation invariant directional framelet transform combined with Gabor filters for image denoising. *IEEE Transactions on Image Processing.* 2014; 23(1): 44-55. doi: 10. 1109/ tip. 2013. 2285595.
24. Remenyi N, Nicolis O, Nason G, Vidakovic B. Image denoising with 2D scale-mixing complex wavelet transforms. *IEEE Trans Image Process.* 2014 Dec; 23(12): 5165-74. doi: 10. 1109/ tip. 2014. 2362058. Epub 2014 Oct 8. PMID: 25312931.
25. Bouhrara M, Bonny JM, Ashinsky BG, Maring MC, Spencer RG. Noise estimation and reduction in magnetic resonance imaging using a new multispectral nonlocal maximum-likelihood filter. *IEEE transactions on medical imaging.* 2016 Aug 18; 36(1): 181-93.