مجله نخبگان علوم و مهندسی

Journal of Science and Engineering Elites

جلد ۳- شماره ۱- سال ۱۳۹۷

www.ElitesJournal.ir

ارائه مدل ریاضی برای مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با محدودیت دسترسی به ماشین‌ها

جواد مرتضوی[1]*، عباس اصغریان[2]، محسن ضیایی[3]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بجنورد

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بجنورد

۳- عضو هیئت علمی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه بجنورد

*ershad70tabasom@yahoo.com

ارسال: بهمن ۹۶   پذیرش: اسفند ۹۶

چکیده

در مقاله حاضر، مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با فرض عدم دسترسی به ماشین‌ها به دلیل عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، بررسی می‌شود. در این پژوهش قصد داریم، برای مساله مورد بحث یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط[1] (MILP) ارائه دهیم تا جواب بهینه برای ابعاد کوچک و متوسط مساله در زمان معقول حاصل شود. در این مدل هدف، کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه (C_{max}) می‌باشد و عملیات نت روی هر ماشین، مدت زمان ثابت داشته و خاتمه آن در یک پنجره زمانی معین رخ می‌دهد. به منظور ارزیابی مدل ریاضی مسائلی با ابعاد مختلف حل می‌نماییم. نتایج حاصل نشان می‌دهد مدل ریاضی قادر به حل مسائل با ابعاد کوچک و نسبتا بزرگ در زمان معقول می‌باشد.

کلمات کلیدی: زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر، محدودیت عدم‌دسترسی، عملیات نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط

۱. مقدمه

در محیط‌های صنعتی واقعی، بنابر دلایل زیادی ماشین‌ها به‌طور پیوسته در دسترس نخواهند بود. بعضی از این توقفات به‌صورت تصادفی، مانند خرابی یا از کار افتادگی ماشین و برخی دیگر به‌صورت قطعی، مانند نت پیشگیرانه، تعمیرات اساسی، پیش زمان‌بندی‌ها و تغییر ابزار، در زمان‌بندی لحاظ می‌شوند. در این پژوهش نیز، مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با محدودیت دسترسی به ماشین‌ها بررسی می گردد. محدودیت دسترسی به ماشین در سیستم‌های تولیدی به دو دسته، دسترسی معین و دسترسی نامعین تقسیم می‌شود [۱]. در حالت دسترسی معین، زمان شروع بازه عدم‌دسترسی در ابتدای برنامه‌ریزی مشخص می‌باشد. اما در حالت دسترسی نامعین، بازه عدم‌دسترسی در یک پنجره زمانی مشخص شروع می‌شود و زمان دقیق شروع آن،

[1] Mix Integer Linear Programming

پس حل مساله و زمان‌بندی کارها تعیین می‌گردد. محدودیت دسترسی به ماشین در مساله زمان‌بندی تک ماشینه، توسط آدیری و همکاران [۲] در سال ۱۹۸۹ بررسی شد. آن‌ها نشان دادند، مساله زمان‌بندی تک ماشینه با مشخص بودن دوره عدم دسترسی به ماشین از نوع NP-hard است. یزدانی و همکاران [۳] مساله زمان‌بندی تک ماشینه، با دوره‌های عدم‌دسترسی چندگانه و موعدهای تحویل متفاوت را مطالعه نمودند. آنها علاوه بر ارائه یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط، به‌دلیل مشکلات محاسباتی برای مسائل بزرگ، یک روش جستجوی همسایگی متغیر نیز ارائه دادند. مساله زمان‌بندی ماشین‌های موازی با محدودیت دسترسی برای اولین بار توسط اشمیت [۴] و مساله زمان‌بندی جریان کارگاهی با محدودیت دسترسی برای اولین بار توسط لی [۵] معرفی گردید. گراوس و لی [۶] مساله زمان‌بندی تک‌ماشینه با محدودیت دسترسی نامعین را ارائه دادند.
مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر برای اولین بار در سال ۱۹۹۰ توسط براکر و اسچلای [۷] معرفی گردید. فتاحی، مهرآباد و جولای [۸] در سال ۲۰۰۷ یک مدل MILP برای مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر ارائه نمودند. هدف آن‌ها کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه بود. مهرآباد و فتاحی [۹] در سال ۲۰۰۷ نیز، یک مدل ریاضی برای مساله کار کارگاهی منعطف ارائه نمودند. آن‌ها در مساله خود، زمان‌های آماده سازی وابسته به توالی را در نظر گرفتند و برای حل آن از الگوریتم جستجوی ممنوعه استفاده کردند. روشنایی و همکاران [۱۰] به منظور بهبود مدل‌های ریاضی مطرح شده، دو مدل MILP ارائه دادند و با مدل‌های موجود مقایسه نمودند. ژانگ و همکاران [۱۱] مساله کار کارگاهی انعطاف‌پذیر را به صورت چندهدفه (MOFJSP[۱]) مطرح نمودند. آن‌ها اهداف کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه، حداکثر بار کاری ماشین‌ها و مجموع بار کاری ماشین‌ها را در نظر گرفته و برای حل مساله مورد نظر از الگوریتم ازدحام ذرات استفاده نمودند. مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با محدودیت دسترسی نامعین[۲] (FJSP-nfa) در سال ۲۰۰۶ توسط ژائو و همکاران [۱] بررسی گردید. آن‌ها مساله را به صورت چندهدفه و با اهداف، کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه، حداکثر بار کاری ماشین‌ها و مجموع بار کاری ماشین‌ها مطرح نمودند و برای حل آن، یک مدل ریاضی غیرخطی و یک الگوریتم ژنتیک ارائه دادند. وانگ و یو [۱۲] برای مساله [۱] با محدودیت دسترسی معین و نامعین یک الگوریتم ابتکاری FBS[۳] ارائه نمودند. راج‌کومار و همکاران [۱۳] مساله [۱] را با استفاده از الگوریتم GRASP[۴] حل و نتایج حاصل را با نتایج [۱] مقایسه نمودند. نهاوندی و عباسیان [۱۴] مساله FJSP-nfa را با اهداف، کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه، متوسط زمان در جریان ساخت و متوسط دیرکرد مطرح نمودند و برای حل آن یک الگوریتم ژنتیک توسعه یافته ارائه دادند. ضیایی [۱۵] برای حل مساله MOFJS با محدودیت دسترسی نامعین یک الگوریتم ابتکاری سریع[۵] مبتنی بر روش تجزیه ارائه نمود.
در این مقاله، برای مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با فرض عدم دسترسی به ماشین‌ها، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط ارائه می‌دهیم و به منظور ارزیابی مدل ریاضی، ۳ مثال عددی با ابعاد کوچک و متوسط از [۱و۱۳] انتخاب و با استفاده از نرم‌افزار GAMS حل می‌نماییم. به این ترتیب در بخش ۲ به توضیح کامل این مساله می‌پردازیم. در بخش ۳ مدل ریاضی مربوط به مساله را ارائه می‌دهیم و با ارائه ۳ مثال عددی در بخش ۴ به ارزیابی مدل مورد بحث خواهیم پرداخت. و نهایتا در بخش ۵ نتیجه‌گیری و زمینه‌های تحقیقات آتی تبیین می‌شوند.

۲. بیان مساله

در این مساله یک مجموعه شامل n کار $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$ و یک مجموعه شامل m ماشین $M = \{M_1, M_2, \ldots, M_m\}$ وجود دارد، هر کار j از n_j عملیات $\left(O_{j,1}, O_{j,2}, \ldots, O_{j,n_j}\right)$ تشکیل شده است که این عملیات با توجه به روابط پیش‌نیازی که

[1] Multi Objective Flexible Job-shop Scheduling Problem
[2] Flexible Job-shop Scheduling Problem with non-fixed availability constraints
[3] Filtered Beam Search
[4] Greedy Randomized Adaptive Search Procedure
[5] Fast heuristic algorithm

بین آنها وجود دارد، اجرا می‌شوند. هر عملیات، $O_{j,h}$ (عملیات h ام کار j) می‌تواند روی یک ماشین از میان ماشین‌های قادر به پردازش آن عملیات اجرا شود. ماشین‌ها در طول دوره برنامه‌ریزی به طور پیوسته در دسترس نخواهند بود و برای انجام عملیات نت متوقف می‌شوند. ماشین i دارای L_i فعالیت نت می‌باشد که می‌بایست در طول افق برنامه‌ریزی انجام شود. همچنین فعالیت نت PM_{il} به مدت p_{il} واحد زمانی انجام شده و در پنجره زمانی مشخصی تکمیل می‌شود. فرضیات مساله به شرح زیر می‌باشد:

۱) یک ماشین در یک لحظه زمانی تنها می‌تواند یک عملیات را انجام دهد.

۲) وقتی پردازش یک کار شروع شود تا پایان ادامه خواهد یافت. (بریدگی مجاز نیست)

۳) زمان‌های آماده‌سازی بخشی از زمان‌های پردازش در نظر گرفته می‌شوند.

۴) تمام پارامترهای مساله مشخص و قطعی می‌باشند.

۳. مدل ریاضی مساله

در این بخش یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای مساله مورد نظر ارائه می‌شود و نمادهای مورد استفاده به شرح زیر است.

اندیس‌ها :

i, i'	اندیس ماشین	$i = 1,2, \dots, m$
j, j'	اندیس کار	$j = 1,2, \dots, n$
h, h'	اندیس عملیات	$h = 1,2, \dots, n_j$
l, l'	اندیس فعالیت‌های نت	$l = 0,1,2, \dots, L_i$

پارامترها :

n_j : تعداد عملیات کار j

L_i: تعداد فعالیت‌های نت روی ماشین i

M : یک عدد بزرگ مثبت

t_{jhi} : زمان پردازش عملیات h ام کار j روی ماشین i

e_{jhi} : پارامتر باینری است، اگر ماشین i بتواند عملیات h ام کار j را انجام دهد مقدار آن ۱ و در غیر این‌صورت مقدار آن صفر خواهد بود.

PM_{il} : فعالیت نت l ام روی ماشین i

p_{il} : مدت زمان انجام PM_{il}

F_{il}^L : دیرترین زمان تکمیل PM_{il}

F_{il}^E : زودترین زمان تکمیل PM_{il}

متغیرهای تصمیم :

C_{max}: زمان خاتمه کل کارها

C_{jhi}: زمان خاتمه عملیات h ام کار j روی ماشین i

F_{il}: زمان خاتمه PM_{il}

x_{jhil}: متغیر باینری است، اگر عملیات h ام کار j روی ماشین i بعد از PM_{il} پردازش شود، مقدار آن یک و در غیر این‌صورت صفر خواهد بود.

x_{jhi0}: متغیر باینری است، اگر عملیات h ام کار j روی ماشین i بعد از شروع به کار ماشین پردازش شود، مقدار آن یک و در غیر این‌صورت صفر خواهد بود.

$y_{jhj'h'}$: متغیر باینری است، اگر عملیات h ام کار j بعد از عملیات h' کار j' پردازش شود، مقدار آن یک و در غیر این‌صورت صفر خواهد بود.

مدل ریاضی کمینه سازی حداکثر زمان خاتمه :

$$\min z = C_{max}$$ (۱)

$$C_{max} \geq C_{jhi} \qquad \forall\, i,j,h$$ (۲)

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{l=0}^{L_i} x_{jhil} = 1 \qquad \forall\, j,h$$ (۳)

$$\sum_{l=0}^{L_i} x_{jhil} \leq e_{jhi} \qquad \forall\, j,h,i$$ (۴)

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{n_j} t_{jhi}.\, x_{jhil} \leq (F_{i(l+1)} - p_{i(l+1)}) - F_{il} \qquad \forall\, i, l < L_i$$ (۵)

$$C_{jhi} - t_{jhi} - C_{j'h'i} \geq -M.\left(2 - \sum_{l=0}^{L_i} x_{jhil} - \sum_{l=0}^{L_i} x_{j'h'il}\right) - M.(1 - y_{jhj'h'}) \qquad \forall\, i, j < j', h, h'$$ (۶)

$$C_{j'h'i} - t_{j'h'i} - C_{jhi} \geq -M.\left(2 - \sum_{l=0}^{L_i} x_{jhil} - \sum_{l=0}^{L_i} x_{j'h'il}\right) - M.\, y_{jhj'h'} \qquad \forall\, i, j < j', h, h'$$ (۷)

$$C_{jhi'} - \sum_{i=1}^{m}\left(C_{j(h+1)i} - \left(t_{j(h+1)i}\, .\sum_{l=0}^{L_i} x_{j(h+1)il}\right)\right) \leq 0 \qquad \forall\, i', j, h < n_j$$ (۸)

$$\sum_{i=1}^{m}\left(C_{j1i} - \left(t_{j1i}\, .\sum_{l=0}^{L_i} x_{j1il}\right)\right) \geq 0 \qquad \forall\, j$$ (۹)

$$C_{jhi} \geq \left(F_{il} + t_{jhi}\right) - M.(1 - x_{jhil}) \qquad \forall\, i,j,h,l$$ (۱۰)

$$C_{jhi} \leq (F_{il} - p_{il}) + M.\left(1 - x_{jhi(l-1)}\right) \qquad \forall\, i,j,h,l > 0$$ (۱۱)

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{n_j} x_{jhi(l+1)} \leq M.\sum_{j=1}^{n}\sum_{h=1}^{n_j} x_{jhil} \qquad \forall\, i, l < L_i$$ (۱۲)

$$C_{jhi} \leq M.\sum_{l=0}^{L_i} x_{jhil} \qquad \forall\, i,j,h$$ (۱۳)

$$F_{il}^{E} \leq F_{il} \leq F_{il}^{L} \qquad \forall\, i,l$$ (۱۴)

$$x_{jhil}, y_{jhj'h'} \in \{0,1\} \qquad \forall\, i, j < j', h, h', l$$ (۱۵)

$$F_{il} \geq 0 \qquad \forall\, i, l > 0$$ (۱۶)

$$C_{jhi}, C_{max} \geq 0 \qquad \forall\, i,j,h$$ (۱۷)

در مدل فوق، تابع هدف (۱) حداکثر زمان خاتمه را کمینه می‌سازد. محدودیت (۲) حداکثر زمان خاتمه را نشان می‌دهد. محدودیت (۳) موجب می‌شود هرکار روی یک ماشین، بعد از شروع به کار ماشین و یا بعد از اجرای فعالیت نت پردازش شود. محدودیت (۴) نشان می‌دهد در صورتی عملیات مختلف روی ماشین i پردازش می‌شود که ماشین i قادر به پردازش آن عملیات باشد. محدودیت (۵) نشان می‌دهد مجموع زمان پردازش کارهایی که بعد از هر توقف اجرا می‌شوند نباید از بازه زمانی بین دو توقف تجاوز نمایند. محدودیت (۶) و (۷) از تداخل میان کارها روی یک ماشین جلوگیری می‌نماید. محدودیت (۸) و (۹) نشان می‌دهد عملیات هر کار به ترتیب اجرا می‌شود و تا زمانی که یک عملیات تمام نشود عملیات بعدی شروع نخواهد شد. محدودیت (۱۰) و (۱۱) موجب می‌شود کارها بعد از هر توقف شروع شوند و قبل از آغاز توقف بعدی خاتمه یابند. محدودیت (۱۲) باعث تخصیص درست کارها بعد از هر توقف می‌شود. محدودیت (۱۳) نشان می‌دهد اگر عملیاتی روی ماشین i پردازش شود زمان خاتمه آن عملیات روی ماشین i، مقداری مثبت خواهد بود. محدودیت (۱۴) بیان می‌کند که فعالیت‌های نت می‌بایست در پنجره زمانی مشخصی تکمیل شوند. روابط (۱۵)، (۱۶) و (۱۷) متغیرهای مساله را تعریف می‌نمایند.

۴. مثال عددی

در این بخش ۳ مساله کار کارگاهی، با انعطاف‌پذیریِ کلی و جزئی و با ابعاد مختلف از [۱و۱۳] انتخاب و حل می‌نماییم. در جداول زیر نماد '–' نشان دهنده آن است که عملیات مربوطه روی آن ماشین قابلیت پردازش ندارد.

۴-۱- مساله 4×4

در این بخش یک مساله کار کارگاهی، با انعطاف‌پذیریِ جزئی که شامل ۴ کار، ۴ ماشین و ۱۶ عملیات است مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمان پردازش مربوط به عملیات هر کار، روی ماشین‌هایی که قادر به پردازش آن عملیات می‌باشند، مطابق جدول(۱) است.

جدول ۱- زمان پردازش عملیات در مساله (۴-۱)

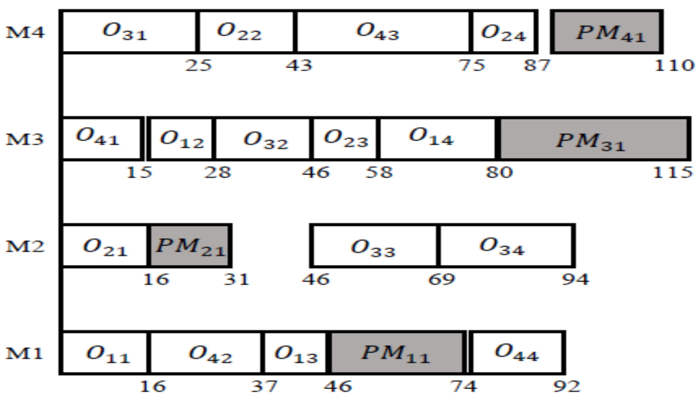
کار	عملیات	M1	M2	M3	M4
j_1	O_{11}	۱۶	–	۱۸	۱۶
	O_{12}	۳۲	۲۷	۱۲	۲۰
	O_{13}	۱۲	–	۱۸	۴۸
	O_{14}	۱۸	۱۵	۲۲	–
j_2	O_{21}	۱۲	۱۶	–	۳۳
	O_{22}	۲۰	۱۸	۲۷	۱۸
	O_{23}	۲۴	–	۱۲	۱۹
	O_{24}	–	۲۴	۱۷	۱۲
j_3	O_{31}	۳۸	۳۰	۲۱	۲۵
	O_{32}	۲۴	–	۱۸	۱۵
	O_{33}	–	۲۳	۴۰	۳۵
	O_{34}	۳۶	۲۵	–	۴۴
j_4	O_{41}	۱۲	۱۶	۱۵	–
	O_{42}	۲۱	–	۲۸	۳۰
	O_{43}	۲۵	۱۵	–	۳۲
	O_{44}	۱۷	۱۶	۲۴	–

هر کدام از فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات دارای زمان اجرای مشخصی می‌باشند و می‌بایست در یک پنجره زمانی معین تکمیل شوند. در جدول (۲) فعالیت‌های نت مربوط به مثال (۴-۱)، مدت زمان اجرا و پنجره زمانی مربوط به هر فعالیت را مشاهده می‌کنید.

جدول ۲- زمان اجرای فعالیت نت در مساله (۴-۱)

فعالیت نت	زودترین زمان تکمیل	دیرترین زمان تکمیل	مدت زمان اجرا
PM_{11}	۵۵	۹۵	۲۵
PM_{21}	۱۵	۵۵	۱۵
PM_{31}	۵۵	۱۱۵	۳۵
PM_{41}	۷۰	۱۱۰	۲۰

با حل مساله فوق، زمان‌های شروع و خاتمه هر کار و بهترین زمان برای اجرای فعالیت نت با توجه به هدف مساله بدست می‌آید. در این بخش نمودار گانت مربوط به مثال (۴-۱) را با توجه به نتایج حاصل، ترسیم نمودیم. همان‌طور که در شکل(۱) مشاهده می‌کنید حداکثر زمان خاتمه (C_{max}) برابر ۹۴ می‌شود. زمان‌های شروع و خاتمه هر کار و بهترین زمان برای اجرای فعالیت نت را می‌توان از شکل(۱) استخراج نمود.



شکل ۱- جواب بهینه مساله (۴-۱)

۴-۲- مساله 8×8

در این بخش یک مساله کار کارگاهی، با انعطاف‌پذیریِ جزئی که شامل ۸ کار، ۸ ماشین و ۲۷ عملیات است مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمان پردازش مربوط به عملیات هر کار، روی ماشین‌هایی که قادر به پردازش آن عملیات می‌باشند، مطابق جدول(۳) است.

جدول ۳- زمان پردازش عملیات در مساله (۴-۲)

کار	عملیات	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8
j_1	O_{11}	۵	۳	۵	۳	۳	–	۱۰	۹
	O_{12}	۱۰	–	۵	۸	۳	۹	۹	۶
	O_{13}	–	۱۰	–	۵	۶	۲	۴	۵
j_2	O_{21}	۵	۷	۳	۹	۸	–	۹	–
	O_{22}	–	۸	۵	۲	۶	۷	۱۰	۹
	O_{23}	–	۱۰	–	۵	۶	۴	۱	۷
	O_{24}	۱۰	۸	۹	۶	۴	۷	–	–
j_3	O_{31}	۱۰	–	–	۷	۶	۵	۲	۴
	O_{32}	–	۱۰	۶	۴	۸	۹	۱۰	–
	O_{33}	۱	۴	۵	۶	–	۱۰	–	۷
j_4	O_{41}	۳	۱	۶	۵	۹	۷	۸	۴
	O_{42}	۱۲	۱۱	۷	۸	۱۰	۵	۶	۹

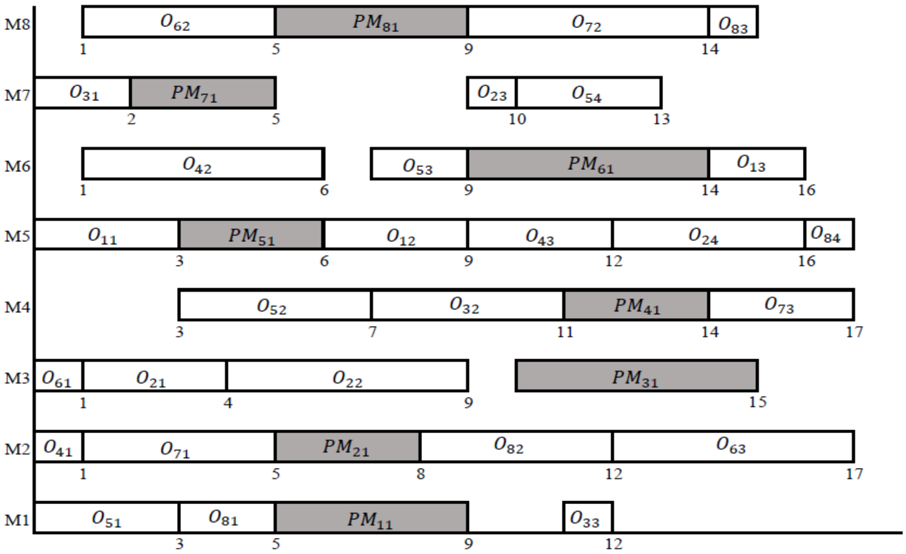
	O_{43}	۴	۶	۲	۱۰	۳	۹	۵	۷
j_5	O_{51}	۳	۶	۷	۸	۹	–	۱۰	–
	O_{52}	۱۰	–	۷	۴	۹	۸	۶	–
	O_{53}	–	۹	۸	۷	۴	۲	۷	–
	O_{54}	۱۱	۹	–	۶	۷	۵	۳	۶
j_6	O_{61}	۶	۷	۱	۴	۶	۹	–	۱۰
	O_{62}	۱۱	–	۹	۹	۹	۷	۶	۴
	O_{63}	۱۰	۵	۹	۱۰	۱۱	–	۱۰	–
j_7	O_{71}	۵	۴	۲	۶	۷	–	۱۰	–
	O_{72}	–	۹	–	۹	۱۱	۹	۱۰	۵
	O_{73}	–	۸	۹	۳	۸	۶	–	۱۰
j_8	O_{81}	۲	۸	۵	۹	–	۴	–	۱۰
	O_{82}	۷	۴	۷	۸	۹	–	۱۰	–
	O_{83}	۹	۹	–	۸	۵	۶	۷	۱
	O_{84}	۹	–	۳	۷	۱	۵	۸	–

در جدول (۴) فعالیت‌های نت مربوط به مثال (۴-۲)، مدت زمان اجرا و پنجره زمانی خاتمه، برای هر فعالیت نت را مشاهده می کنید.

جدول ۴- زمان اجرای فعالیت نت در مساله (۴-۲)

فعالیت نت	زودترین زمان تکمیل	دیرترین زمان تکمیل	مدت زمان اجرا
PM_{11}	۵	۱۰	۴
PM_{21}	۶	۹	۳
PM_{31}	۱۰	۱۵	۵
PM_{41}	۹	۱۷	۳
PM_{51}	۳	۱۰	۳
PM_{61}	۸	۱۶	۵
PM_{71}	۴	۱۴	۳
PM_{81}	۷	۱۳	۴

مساله (۴-۲) را می توان با استفاده مدل ریاضی و به کمک نرم‌افزار GAMZ در کمتر از ۲۷۰ ثانیه حل نمود. با حل مساله فوق، زمان‌های شروع و خاتمه هر کار و بهترین زمان برای اجرای فعالیت نت با توجه به هدف مساله بدست می‌آید. در این بخش نمودار گانت مربوط به مثال (۴-۲) را با توجه به نتایج حاصل، ترسیم نمودیم. همان‌طور که در شکل(۲) مشاهده می کنید حداکثر زمان خاتمه (C_{max}) برابر ۱۷ می‌شود. زمان‌های شروع و خاتمه هر کار و بهترین زمان برای اجرای فعالیت نت را می‌توان از شکل(۲) استخراج نمود.



شکل ۲- جواب بهینه مساله (۴-۲)

۴-۳- مساله 10×10

در این بخش، به منظور ارزیابی مدل ریاضی ارائه شده یک مساله کار کارگاهی، با انعطاف‌پذیریِ کلی که شامل ۱۰ کار، ۱۰ ماشین و ۳۰ عملیات است مورد بررسی قرار می‌گیرد. زمان پردازش مربوط به عملیات هر کار، روی ماشین‌هایی که قادر به پردازش آن عملیات می‌باشند، مطابق جدول(۵) است.

جدول ۵- زمان پردازش عملیات در مساله (۴-۳)

کار	عملیات	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10
j_1	O_{11}	۱	۴	۶	۹	۳	۵	۲	۸	۹	۵
	O_{12}	۴	۱	۱	۳	۴	۸	۱۰	۴	۱۱	۴
	O_{13}	۳	۲	۵	۱	۵	۶	۹	۵	۱۰	۳
j_2	O_{21}	۲	۱۰	۴	۵	۹	۸	۴	۱۵	۸	۴
	O_{22}	۴	۸	۷	۱	۹	۶	۱	۱۰	۷	۱
	O_{23}	۶	۱۱	۲	۷	۵	۳	۵	۱۴	۹	۲
j_3	O_{31}	۸	۵	۸	۹	۴	۳	۵	۳	۸	۱
	O_{32}	۹	۳	۶	۱	۲	۶	۴	۱	۷	۲
	O_{33}	۷	۱	۸	۵	۴	۹	۱	۲	۳	۴
j_4	O_{41}	۵	۱۰	۶	۴	۹	۵	۱	۷	۱	۶
	O_{42}	۴	۲	۳	۸	۷	۴	۶	۹	۸	۴
	O_{43}	۷	۳	۱۲	۱	۶	۵	۸	۳	۵	۲
j_5	O_{51}	۷	۱۰	۴	۵	۶	۳	۵	۱۵	۲	۶
	O_{52}	۵	۶	۳	۹	۸	۲	۸	۶	۱	۷
	O_{53}	۶	۱	۴	۱	۱۰	۴	۳	۱۱	۱۳	۹
j_6	O_{61}	۸	۳	۱۰	۸	۴	۲	۷	۸	۳	۱۰
	O_{62}	۷	۳	۱۲	۵	۴	۳	۶	۹	۲	۱۵
	O_{63}	۴	۷	۳	۶	۳	۴	۱	۵	۱	۱۱
j_7	O_{71}	۱	۷	۸	۳	۴	۹	۴	۱۳	۱۰	۷
	O_{72}	۳	۸	۱	۲	۳	۶	۱۱	۲	۱۳	۳
	O_{73}	۵	۴	۲	۱	۲	۱	۸	۱۴	۵	۷
j_8	O_{81}	۵	۷	۱۱	۳	۲	۹	۸	۵	۱۲	۸
	O_{82}	۸	۳	۱۰	۷	۵	۱۳	۴	۶	۸	۴
	O_{83}	۶	۲	۱۳	۵	۴	۳	۵	۷	۹	۵

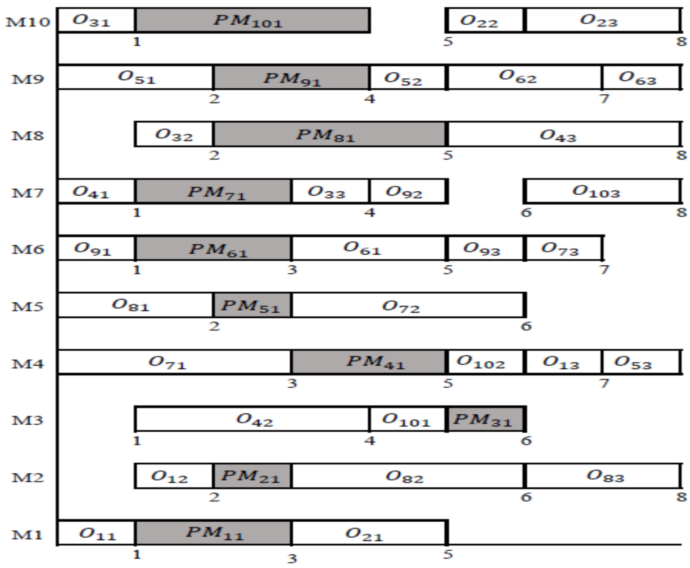
j_9	O_{91}	۳	۹	۱	۳	۸	۱	۶	۷	۵	۴
	O_{92}	۴	۶	۲	۵	۷	۳	۱	۹	۶	۷
	O_{93}	۸	۵	۴	۸	۶	۱	۲	۳	۱۰	۱۲
j_{10}	O_{101}	۴	۳	۱	۶	۷	۱	۲	۶	۲۰	۶
	O_{102}	۳	۱	۸	۱	۹	۴	۱	۴	۱۷	۱۵
	O_{103}	۹	۲	۴	۲	۳	۵	۲	۴	۱۰	۲۳

در جدول (۶) فعالیت‌های نت مربوط به مثال (۴-۳)، مدت زمان اجرا و پنجره زمانی خاتمه، برای هر فعالیت نت را مشاهده می‌کنید. بیشترین زمانِ اجرایِ فعالیت نت مربوط به ماشین ۸ و ۱۰ می‌باشد که برابر ۳ واحد زمانی است. در این مثال مجموع زمان اجرای فعالیت‌های نت ۱۹ واحد زمانی می‌باشد.

جدول ۶- زمان اجرای فعالیت نت در مساله (۴-۳)

فعالیت نت	زودترین زمان تکمیل	دیرترین زمان تکمیل	مدت زمان اجرا
PM_{11}	۲	۴	۲
PM_{21}	۲	۷	۱
PM_{31}	۱	۶	۱
PM_{41}	۲	۵	۲
PM_{51}	۳	۷	۱
PM_{61}	۲	۶	۲
PM_{71}	۲	۵	۲
PM_{81}	۳	۷	۳
PM_{91}	۲	۵	۲
PM_{101}	۳	۶	۳

جواب بهینه مساله (۴-۳) و زمان اجرای فعایت‌های نت را، می‌توان در شکل(۳) مشاهده نمود. در این مثال مقدار بهینه C_{max} برابر ۸ می‌شود.



شکل ۳- جواب بهینه مساله (۴-۳)

۵. نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر مساله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر با محدودیت دسترسی به ماشین‌ها را بررسی نمودیم. عدم دسترسی به ماشین یکی از محدودیت‌هایی است که سیستم‌های ساخت و تولید همواره با آن مواجه‌اند. در این پژوهش سعی نمودیم با

ارائه یک مدل ریاضی، کارها را به‌گونه‌ای زمان‌بندی نماییم که با توجه به محدودیت‌های عدم دسترسی، از ظرفیت‌های موجود به صورت بهینه استفاده شود. به‌منظور ارزیابی مدل ریاضی ۳ مثال عددی با ابعاد مختلف انتخاب و حل نمودیم. در آینده می‌توان فرضیاتی از قبیل در نظرگرفتن اثر یادگیری و زمان‌های آماده‌سازی را به مساله افزود تا در محیط‌های صنعتی واقعی بیش از پیش مورد استفاده قرار گیرد.

۶. مراجع

1. Gao, J., Gen, M., & Sun, L. (2006). Scheduling jobs and maintenances in flexible job shop with a hybrid genetic algorithm. Journal of Intelligent Manufacturing, 17(4), 493-507.
2. Adiri, I., Bruno, J., Frostig, E., & Kan, A. R. (1989). Single machine flow-time scheduling with a single breakdown. Acta Informatica, 26(7), 679-696.
3. Yazdani, M., Khalili, S. M., Babagolzadeh, M., & Jolai, F. (2017). A single-machine scheduling problem with multiple unavailability constraints: A mathematical model and an enhanced variable neighborhood search approach. Journal of Computational Design and Engineering, 4(1), 46-59.
4. Schmidt, G. (1984). Scheduling on semi-identical processors. Zeitschrift für Operations Research, 28(5), 153-162.
5. Lee, C-Y. (1997). Minimizing the make-span in the two-machine flow-shop scheduling problem with an availability constraint. Operations Research Letters, 20(3), 129-139.
6. Graves, G. H., & Lee, C. Y. (1999). Scheduling maintenance and semiresumable jobs on a single machine. Naval Research Logistics (NRL), 46(7), 845-863.
7. Brucker, P., & Schlie, R. (1990). Job-shop scheduling with multi-purpose machines. Computing, 45(4), 369-375.
8. Fattahi, P., Mehrabad, M. S., & Jolai, F. (2007). Mathematical modeling and heuristic approaches to flexible job shop scheduling problems. Journal of intelligent manufacturing, 18(3), 331.
9. Saidi-Mehrabad, M., & Fattahi, P. 2007. Flexible job shop scheduling with tabu search algorithms. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 32(5), 563-570.
10. Roshanaei, V., Azab, A., & ElMaraghy, H. (2013). Mathematical modelling and a meta-heuristic for flexible job shop scheduling. International Journal of Production Research, 51(20), 6247-6274.
11. Zhang, G., Shao, X., Li, P., & Gao, L. (2009). An effective hybrid particle swarm optimization algorithm for multi-objective flexible job-shop scheduling problem. Computers & Industrial Engineering, 56(4), 1309-1318.
12. Wang, S., & Yu, J. (2010). An effective heuristic for flexible job-shop scheduling problem with maintenance activities. Computers & Industrial Engineering, 59(3), 436-447.
13. Rajkumar, M., Asokan, P., & Vamsikrishna, V. (2010). A GRASP algorithm for flexible job-shop scheduling with maintenance constraints. International Journal of Production Research, 48(22), 6821-6836.

۱۴. نهاوندی، ن، عباسیان، م، بهار (۱۳۹۰). مساله زمان‌بندی کار کارگاهی چند هدفی انعطاف‌پذیر پویا با در نظر گرفتن محدودیت نگهداری و تعمیرات، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، شماره اول، ۱۴– ۲۶.

15. Ziaee, M. (2014). An efficient heuristic algorithm for flexible job shop scheduling with maintenance constraints. Applied Mathematics and Sciences, 1(1).